

# Formação de professores a partir da vivência e da análise de práticas exploratório–investigativas e problematizadoras de ensinar e aprender matemática<sup>1</sup>

**Dario Fiorentini**

Faculdade de Educação  
Universidade Estadual de Campinas (Unicamp)  
Brasil  
[dario.fiorentini55@gmail.com](mailto:dario.fiorentini55@gmail.com)

## Resumo<sup>2</sup>

Pretendemos apresentar primeiramente um breve histórico da pesquisa e da prática de ensinar e aprender matemática sobre/com resolução de problemas. Para isso, trazemos a evolução internacional desse campo de estudo e prática, sobretudo o norte americano que, por meio do NCTM, contribuiu fortemente para o surgimento dessa linha de pesquisa no Brasil. Finalizamos essa primeira parte relacionando as principais tendências históricas de resolução de problemas com a modelagem matemática e com o surgimento, após o ano de 2000, das investigações matemáticas.

Na segunda parte deste trabalho, descrevemos seis abordagens de uso/emprego da resolução de problemas e/ou das investigações matemáticas na formação do professor que ensina matemática. Discutimos alguns impactos dessas abordagens no desenvolvimento profissional dos professores.

Na terceira parte apresentamos e analisamos um episódio ocorrido em uma aula com características exploratório–investigativas, destacando a produção de um conhecimento situado sobre a prática de ensinar e aprender matemática. Utilizamos como ferramenta de análise a tríade de ensino concebida por Potari & Jaworsky (2002) e que interrelaciona desafio matemático, sensibilidade do professor em relação aos alunos e gestão da aprendizagem.

Concluimos, tentando redimensionar o lugar e o papel das práticas exploratório–investigativas e de resolução de problemas no trabalho docente e na formação do professor que ensina matemática.

## Palavras chave

Ensinar matemática, aprender matemática, resolução de problemas, formação do professor.

## Abstract

We start with a brief history of the research and practice of teaching and learning math with problem solving. For that, we trace the international evolution of this field of study and practice, above all in North America by NCTM with its contribution to this line of research in Brazil. We end this first part relating the principle

---

<sup>1</sup> Este trabajo corresponde a la participación del autor en una mesa redonda paralela de la XIII CIAEM, celebrada en Recife, Brasil el año 2011.

<sup>2</sup> El resumen y las palabras clave en inglés fueron agregados por los editores.

historical tendencies in problem solving with math modeling with the appearance after 2000 of mathematical studies. In the second part of this work, we describe six approaches to use problem solving and mathematical research in the preparation of teachers of math. We discuss some of the impact of these approaches in the professional development of teachers. In the third part we present and analyze an episode with exploratory-investigative characteristics that occurred in a classroom, highlighting the production of knowledge situated in the practice of teaching and learning math. We use as a tool for analysis a triad of teaching conceived by Potari & Jaworsky (2002) and that interrelates mathematical challenge, sensibility of the teacher in relation to the students, and guidance of learning. We conclude with an attempt to redimension the place and role of exploratory-investigative practices and problem solving in the work of teachers and in the preparation of teachers who teach math.

### Key words

Teaching math, learning math, problem solving, teacher preparation.

## 1. Breve histórico da pesquisa e da prática em resolução de problemas

Para Lester (1978), o ensino de resolução de problemas (RP), enquanto campo de pesquisa em educação matemática, começou a ser investigado de forma sistemática, sob a influência de Polya, nos anos de 1960, nos Estados Unidos.

Antes desse período, entretanto, conforme estudo realizado por Fiorentini (1994), existem experiências, via projetos (Dewey), e alguns estudos que enfatizavam os produtos da (re) solução de problemas. Nas experiências mais remotas e significativas, creditadas a Dewey entre 1896 e 1904, as crianças estudavam através de projetos que reproduziam as situações sócio-econômicas (estudo/resolução de problemas de interesse da comunidade). Dewey sugeriu essa orientação pedagógica, porque acreditava que a prática pedagógica centrada em projetos poderia contribuir para o desenvolvimento do espírito crítico das crianças, capacitando-as a contribuir para o desenvolvimento de uma sociedade democrática.

Em sua maioria, os estudos sobre (re) solução de problemas realizados até o final da década de 1950 nos EUA, indicavam, segundo observa Van Engen, que a criança, para desenvolver sua capacidade de resolução de problemas, deveria exercitar-se ostensivamente na solução de uma grande quantidade de problemas (Gazire, 1989).

Bloom e Broder, ainda na década de 1950, questionariam as pesquisas até então desenvolvidas sobre solução de problemas pela ênfase que vinham dando aos produtos das soluções em lugar de valorizar os processos implícitos da resolução criativa de problemas. Estes pesquisadores, para melhor captar as estratégias de resolução, estudaram os processos de resolução utilizados pelos estudantes bem sucedidos. Para que isso fosse possível, os alunos deveriam pensar em voz alta durante o processo de resolução. Com base em suas pesquisas, defenderiam que o ensino de resolução de problemas deveria centrar-se no ensino de estratégias para a resolução de problemas, pois acreditavam que os hábitos para a resolução de problemas poderiam ser alterados ou aprimorados por uma adequada formação e prática (Ibidem).

Shoenfeld, mais tarde, ao acreditar que as crianças aprendem melhor fazendo e pensando sobre o que fazem, desenvolveria uma nova série de pesquisas enfatizando, agora, o papel que a metacognição (conhecimento de seu próprio processo de conhecimento) desempenha na resolução de problemas (Kilpatrick, 1992).

Nos anos de 1980, o NCTM publicaria “Uma Agenda para Ação” que traz uma série de recomendações, sendo que a primeira dizia “resolução de problemas deve ser o foco da matemática escolar nos anos oitenta” (Apud, 2008).

No Brasil, entretanto, os estudos relativos ao ensino de resolução de problemas só seriam iniciados, de modo mais efetivo, a partir da segunda metade da década de 1980, provavelmente influenciados pelo NCTM. Esses estudos foram, na sua maioria, dissertações e teses de Mestrado ou Doutorado.

Nos anos oitenta, surgiram no Brasil dois grupos acadêmicos que desenvolveriam investigações relacionadas à Resolução de Problemas. O grupo da Psicologia Cognitiva de Recife que, entre outros estudos, desenvolveria e orientaria uma série de pesquisas relacionadas à investigação de estratégias e habilidades cognitivas apresentadas por pessoas escolarizadas ou não na resolução de problemas matemáticos, em diferentes contextos sócio-culturais. O outro grupo é da Unesp, Rio Claro, do qual resultaram duas dissertações de mestrado e uma tese de livre docência que enfatizavam as perspectivas didático-pedagógicas da resolução de problemas, dando origem à resolução de problemas como metodologia ou estratégia de ensino. Paralelamente a esses estudos, havia outros que tangenciavam ou destacavam parcialmente a resolução de problemas. Dentre esses, destacamos os trabalhos relacionados à modelagem matemática, à problematização no/do ensino-aprendizagem da matemática (Fiorentini, 1994).

Schroeder e Lester (1989), ao fazer, no final dos anos de 80, um balanço da resolução de problemas no ensino de matemática, identificaram três tendências: (1) ensinar *sobre* resolução de problemas (tendo por base Polya); (2) ensinar Matemática *para* resolver problemas (uma forma de aplicar o que se aprende); e (3) ensinar Matemática *através* da Resolução de Problemas, emergindo, assim, a perspectiva da resolução de problema como metodologia de ensino, isto é, a perspectiva de ensinar matemática *via/pela* resolução de problema. Nas duas primeiras tendências o centro do ensino é o professor e os conteúdos ou procedimentos que deve ensinar. Na primeira tendência, os procedimentos e heurísticas da resolução de problemas são os conteúdos a serem apreendidos pelos alunos e professores. Na segunda, é o próprio conteúdo matemático que precisa ser primeiro aprendido e depois aplicado. Na terceira tendência, a ênfase recai sobre o aluno e os processos da aprendizagem e da resolução de problemas, apostando na capacidade e criatividade do aluno desenvolver/fazer matemática.

A partir dos anos noventa, a resolução de problemas, enquanto campo de estudo e prática pedagógica, ganhou impulso no Brasil sobretudo em decorrência dos PCN (Parâmetros Curriculares Nacional) e do surgimento do grupo GTERP (Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas) da Unesp de Rio Claro sob a coordenação de Lourdes Onuchic.

Os PCN (Brasil, 1998) estão apoiados, conforme Onuchic (2008), nos *Standars* do NCTM que recomendam que o problema seja o ponto de partida da atividade matemática; apontam também para o desenvolvimento da capacidade do aluno resolver

problemas, de explorá-los e generalizá-los, podendo, inclusive, propor novos problemas. Os *Standars* de 2000 enfatizam que a “resolução de problemas não é só um objetivo da aprendizagem matemática, mas, também, um meio importante para se fazer matemática” (Onuchic & Allevato, 2004).

O GTERP surgiu em 1989 e consolidou-se a partir dos anos 90 ao congregar alunos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp, Rio Claro, passando a realizar investigações e estudos na linha de resolução de problemas, sendo a maioria dissertações e teses. Ou seja, a partir dos anos de 1990, o GTERP torna-se a principal referência brasileira em resolução de problemas. A partir de 2000, o grupo desenvolve sua própria metodologia de resolução de problema para a sala de aula denominada “Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de problemas”. Essa metodologia fundamenta-se na concepção de que o “ensino e aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como co-construtores desse conhecimento”. Além disso, essa metodologia defende que a avaliação deve ser desenvolvida “durante a resolução do problema, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula” (Onuchic, 2008, p. 8).

A partir do ano 2000, Educação Matemática brasileira toma conhecimento de outra abordagem denominada pelos portugueses de *investigação matemática* (Ponte, 2003). Essa abordagem tem forte proximidade com a resolução de problemas, pois trabalha com problemas abertos, visando promover em sala de aula um ambiente de exploração, investigação e problematização. A seguir, apresentamos mais detalhes sobre essa abordagem, relacionando-a com a resolução de problemas e a modelagem.

## 2. Investigação matemática, resolução de problemas e modelagem matemática

As *investigações matemáticas* (IM) têm surgido no final da década de 80 nos Estados Unidos e no Reino Unido como mais uma alternativa didático-pedagógica para a realização de um ensino significativo de matemática. O uso de investigações matemáticas em sala de aula pode contribuir para a emergência de um ambiente similar àquele vivido pelos matemáticos quando estão em processo de produção/criação do conhecimento matemático. É um ambiente que caracteriza-se como exploratório, de formulação de conjecturas ou hipóteses as quais são testadas e verificadas através de experiências mentais, podendo ser provadas ou não.

Segundo Braumann (2002, apud Ponte, 2003),

Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado de cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo... Só assim se pode ser inundado pela paixão “detetivesca” indispensável à verdadeira fruição da matemática (p. 98).

Skovsmose (2000) é outro autor que tem tratado de investigações no ensino da matemática. Para introduzir o tema contrapõe duas perspectivas de ensino de matemática. De um lado, situa o *paradigma do exercício* e, de outro, o dos *cenários para investigação*, fazendo menção a três tipos de referências – matemática, semi-realidade e realidade – para a produção de significados para a atividade matemática e seus conceitos. Combinando esses elementos, o autor elaborou um quadro com seus possíveis ambientes de aprendizagem:

**Quadro 1**  
**Ambientes de aprendizagem** (Skovsmose, 2000).

<i>Referência à</i>	<i>Paradigma do Exercício</i>	<i>Cenário para Investigação</i>
<i>matemática pura</i>	(1)	(2)
<i>semi-realidade</i>	(3)	(4)
<i>Realidade</i>	(5)	(6)

Em quais desses ambientes podemos situar as Investigações Matemáticas? Eu diria que nos ambientes (2), (4) e (6). Para compreender um pouco os ambientes (5) e (6), consideremos uma viagem de Recife a João Pessoa.

A partir dessa situação, poderíamos formular o seguinte problema: *Qual o custo de uma viagem de ônibus de uma família de quatro pessoas de Recife a João Pessoa, sabendo-se que a passagem de ônibus custa R\$ 79,00?* Com esta formulação do problema criamos um ambiente de aprendizagem próprio do *paradigma do exercício*, embora faça referência a uma realidade concreta (ambiente 5). Mas poderia propor uma atividade matemática típica do ambiente (1), propondo simplesmente a seguinte tarefa: “efetue a seguinte operação:  $79 \times 4$ ”.

Entretanto, se o professor pretende promover uma educação *pela* Matemática certamente re-elaboraria este problema, tornando-o potencialmente mais problematizador e relevante sócio-pedagógicamente. Uma alternativa seria torná-lo mais aberto, isto é, mais exploratório e investigativo, deixando que alunos levantem suas hipóteses ou conjecturas, formulem suas próprias perguntas de interesse, buscando, então, os dados que necessitam para respondê-las. Uma forma de apresentar uma situação-problema que se aproxima do ambiente (6), poderia ser a seguinte:

Qual o modo mais adequado para se viajar de Recife a João Pessoa? (Investigue algumas das seguintes possibilidades: a pé; de bicicleta; de automóvel; de ônibus; de táxi; de trem; de avião...). Discuta e analise as vantagens e desvantagens de cada uma dessas opções tanto do ponto de vista matemático-financeiro quanto do sócio-político e ambiental. Elabore um relatório, mostrando os cálculos e a análise da situação-problema para, depois socializar aos colegas de classe.

Veja que a situação, inclusive, não define qual o número de pessoas que irão viajar. Assim, as possibilidades de exploração e de solução matemática do problema são múltiplas e certamente levarão à realização de uma investigação, aproximando-se do que a literatura em educação matemática tem chamado de modelagem matemática ou de um projeto interdisciplinar, podendo explorar aspectos sociais, políticos e ambientais.

Ernest (1996), embora reconheça muitos pontos comuns entre resolução de problemas e investigações matemáticas como abordagens de ensino, destaca a potencialidade emancipatória da segunda abordagem:

A resolução de problemas e as investigações como métodos de ensino requerem que se considere o contexto social da turma e as suas relações de poder. A resolução de problemas permite ao aluno aplicar a sua aprendizagem criativamente, numa nova situação, mas o professor ainda mantém muito do seu controlo sobre o conteúdo e o modo de ensinar. Se a abordagem investigativa é adoptada de modo a permitir ao aluno a formulação de problemas e questões para investigação de modo relativamente livre, torna-se emancipadora (Ernest, 1996, p. 31).

A diferenciação trazida por Ernest (1996) sobre as diferentes abordagens nos permite conceber a *modelagem matemática* como um tipo particular de *investigação matemática*, principalmente quando o objeto/questão/problema de investigação é construído a partir do mundo real ou de uma simulação do mundo real. Ou seja, dependendo da natureza da pergunta ou da situação de estudo, a investigação pode ser relacionada à matemática pura ou à matemática aplicada.

Em síntese, podemos dizer que a abordagem investigativa diferencia-se das demais por explorar e tratar situações-problema desafiadoras e abertas, permitindo aos alunos múltiplas alternativas de exploração e investigação. Assim concebida, a investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem,

Ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor (Ponte et al., 2003, p. 23).

Os educadores matemáticos portugueses têm experimentado e desenvolvido as *IM* como alternativa didático-pedagógica em Portugal, onde já existem muitas experiências, estudos e publicações a respeito. No Brasil, essa alternativa pedagógica tem ganhado força a partir de 2005 e guarda proximidade com a resolução de problemas. O Grupo de Sábado, com sede na Unicamp, tem sido um dos principais seguidores e divulgadores dessa abordagem no Brasil inter-relacionando-a, como mostraremos mais adiante, a um processo de formação contínua de professores mediado pela reflexão e investigação da prática. Vejam, por exemplo, as publicações editadas por Fiorentini & Cristovão (2006) e Carvalho & Conti (2009).

### 3. Resolução de problemas e investigações matemáticas na formação do professor

Podemos descrever pelo menos seis abordagens diferentes de trabalho com RP ou IM na formação inicial ou continuada de professores que ensinam matemática.

A **primeira abordagem** consiste em “ensinar *para* a RP”. Esta é a abordagem mais tradicional e talvez ainda a mais frequente nos cursos de formação de professores e se insere no *paradigma do exercício* (Skovsmose, 2000). Essa abordagem tem como pressuposto que o professor para resolver ou investigar problemas precisa, primeiro, dominar tecnicamente e formalmente os conceitos e procedimentos matemáticos básicos para, então, exercitá-los ou aplicá-los com eficiência na resolução de problemas. Esses problemas são geralmente rotineiros ou fechados, de resposta única, e requerem o domínio prévio dos conceitos e procedimentos já aprendidos. Essa abordagem traz implicitamente uma concepção dicotômica entre teoria e prática, sendo que a primeira sempre deve preceder a segunda.

A **segunda abordagem** enfatiza o “ensino *sobre* RP”. Essa abordagem, de modo semelhante à primeira, também adota uma perspectiva aplicacionista ou do tipo *top down*, isto é, o professor em processo de formação precisa primeiramente estudar teoricamente em manuais didáticos os processos e heurísticas que foram sistematizados em uma didática sobre RP, para então, só depois, aplicá-los em sala de aula a seus alunos. Trata-se, geralmente, de um tópico isolado em curso de Licenciatura – por exemplo, uma disciplina específica sobre RP ou uma parte da disciplina de didática da matemática. Nos cursos de formação continuada aparece, com frequência, na forma de treinamento, onde o professor-aluno ouve primeiro algumas preleções teóricas do formador e depois aplica/treina o que aprendeu, resolvendo uma série de problemas.

A **terceira abordagem** é uma variante da anterior, pois enfatiza a necessidade de o professor desenvolver uma prática de “aprendizagem *sobre* RP”, de modo que o professor ou futuro professor passe a assumir um papel central na construção de um conhecimento sobre RP ou IM, estabelecendo uma relação dialógica entre teoria e prática. Esse processo geralmente é desenvolvido em grupos de professores-alunos, onde o formador comparece auxiliando-os no oferecimento de bibliografias pertinentes sobre RP/IM e também de relatos de investigações de professores que tomam como objeto de estudo suas práticas de ensinar e aprender matemática via RP ou em ambientes exploratório-investigativos. O processo desse estudo culmina com a realização de seminários de socialização dos estudos e aprendizados realizados por cada grupo, os quais são complementados com discussões e reflexões acerca da pertinência pedagógica dessa modalidade de prática de ensinar e aprender matemática. Este tipo de abordagem Dione Lucchesi e eu temos utilizado com frequência, na Unicamp, nos cursos de formação inicial de professores. Além disso, como forma de sistematizar e problematizar esse processo de aprendizagem, cada grupo responsável pelo seminário elabora um relatório escrito sobre o tema. Os demais participantes têm a tarefa de escrever um memorial de aprendizagem no qual tentam triangular as idéias/discussões/concepções abordadas no seminário com suas próprias idéias e crenças construídas ao longo da vida e também com suas práticas pretéritas, presentes e futuras.

A **quarta abordagem** propõe que o professor-aluno *vivencie*, durante a licenciatura ou em um curso de formação continuada, práticas *com/através ou via* resolução de problemas, sem necessariamente teorizá-las ou problematizá-las. Essa abordagem, contrariamente às anteriores, nega a importância de uma teoria sobre resolução de problemas. Supõe que o professor ou futuro professor, ao vivenciar uma prática diferenciada de RP ou IM, se apropria também de uma forma de ensinar e aprender matemática via RP. Esta abordagem, do mesmo modo que as duas primeiras, não promove problematização nem metacognição, a partir da reflexão e análise sistemática dessas práticas *com/através* RP ou IM. Processo esse fundamental para a construção e desenvolvimento do conhecimento profissional do professor e para a ruptura epistemológica com práticas tradicionais ou empírico-ativistas.

A **quinta abordagem** é uma variante da anterior, pois tem a intencionalidade explícita de *problematizar e teorizar* a vivência, na formação inicial, de práticas *com/através ou via* resolução de problemas. Essas práticas dizem respeito tanto ao ensino de disciplinas voltadas à formação matemática do professor – como é o caso do estudo realizado por Freitas (2006) em sua tese de doutorado – quanto ao ensino de disciplinas de natureza didático-pedagógicas – como é o caso da tese de doutorado de Megid (2009). Essa problematização ocorre mediante reflexões e análises contínuas e sistemáticas sobre o processo de vir a ser professor. O termo sistemático refere-se à escrita de narrativas reflexivas sobre situações e casos de aprendizagem do estudante em situação de conflito ou desconstrução/reconstrução de crenças, saberes e procedimentos relativos ao ensino-aprendizagem da matemática. Para ilustrar os efeitos formativos desse tipo de abordagem trago o depoimento de um dos sujeitos investigados por Freitas (2006), evidenciando a dimensão meta-cognitiva da escrita no processo de aprender geometria, tendo em vista a formação do professor:

Às vezes a gente faz as coisas... sem pensar nas coisas. Com a escrita, a gente leva em consideração muito mais. Na escrita a gente sistematiza... Enquanto você escreve, você reflete, e depois que você lê aquilo que você escreveu, você re-flete... E isso para mim foi muito importante e acho que aqueles que não fizeram [o curso], perderam, porque não sei se haverá outra chance de aprender geometria dessa forma (p. 333).

A **sexta abordagem**, com forte impacto no desenvolvimento profissional docente, é a investigação sobre a própria prática de ensinar/aprender matemática em um ambiente exploratório-investigativo ou de resolução de problemas. Essa abordagem tem sido utilizada por nós nos estágios supervisionados e na formação continuada de professores.

A sala de aula em um ambiente exploratório-investigativo constitui uma prática complexa, polifônica e polissêmica de produção e negociação de sentidos e significados sobre o que se aprende. Interpretar e analisar esses sentidos e significados representa um campo fértil e infindável de produção de conhecimentos sobre a aprendizagem tanto do aluno quanto do professor. Nesse sentido, é fundamental que o professor registre ou documente as situações e interações de sala de aula para, depois, com mais tempo e distanciamento, possa se debruçar sobre elas, produzindo novas compressões e novos aprendizados.



Sob essa abordagem foram produzidas várias dissertações de mestrado e, mais recentemente, algumas teses de doutorado. Dois trabalhos que estão sendo apresentados no XIII CIAEM são exemplos de estudos sobre essa abordagem: “Os saberes de alunos engajados numa prática coletiva de formulação e resolução de problemas” (Almeida & Fiorentini, 2011) e “Comunicando ideias matemáticas na Educação de Jovens e Adultos” (Gomes & Fiorentini, 2011).

Esse empreendimento, entretanto, nem sempre está ao alcance das possibilidades de um professor que não esteja vinculado a um programa de pós-graduação, sobretudo devido à falta de tempo e de apoio da escola e das políticas públicas. É nesse sentido que as práticas colaborativas ganham importância e relevância. Essa colaboração pode ser entre os próprios pares de uma escola ou pode envolver parcerias entre formadores da universidade e professores do ensino básico e futuros professores como acontece no Grupo de Sábado (GdS) da Unicamp.

O desenvolvimento de aulas exploratório-investigativas na prática escolar permite dar voz e visibilidade à variedade de idéias, raciocínios e conhecimentos dos alunos quando realizam a atividade matemática em sala de aula. A análise e reflexão dos professores sobre o pensamento matemático dos alunos em mobilização durante essas atividades de sala de aula representa um rico contexto de problematização e de produção de conhecimentos e de renovação do curricular escolar.

Embora apaixonante, investigar a própria prática não tem sido uma tarefa fácil. Exige do professor tempo, condições intelectuais, e recursos metodológicos e materiais. Mas isso não é suficiente. O professor que pretende investigar sua prática precisa desenvolver uma postura inquiridora e de escuta sensível aos múltiplos modos de pensar e significar de seus alunos.

Mas, devido à sua condição de docente que precisa priorizar o ato de ensinar em detrimento do investigar, ele precisa buscar apoio em algum parceiro ou em algum estagiário – futuro professor –, o qual teria a incumbência e preocupação de observar e registrar informações ou eventos durante as aulas. O professor pode valer-se também dos registros escritos de seus alunos. Escrita essa que não seja meramente técnica, mas sobretudo de reflexão sobre o seu próprio processo de aprender matemática, registrando com suas próprias palavras seus pensamentos e sentidos sobre a atividade matemática que realiza. Estes registros podem, após terminar a aula, ser retomados, organizados, analisados e interpretados. O relato desse modo de investigar pode ser escrito pelo professor-pesquisador em forma de narrativa, pois para historiar o processo investigativo, o professor tenta capturar e traduzir a complexidade e as múltiplas relações que atravessam sua experiência educativa.

A seguir, trazemos um episódio que foi objeto de estudo de um professor que desenvolveu uma investigação sobre sua própria prática de ensinar/aprender matemática em um ambiente exploratório-investigativo (Fernandes, 2006). O episódio ocorreu em uma classe do 7º ano, durante uma atividade envolvendo fractais. Pretendemos, a partir deste episódio, destacar a produção de conhecimento situado em uma prática de ensinar e aprender matemática num contexto exploratório-investigativo.

#### 4. Análise de um episódio em aula exploratório-investigativa

Em Fiorentini (2006), conceituamos aula **exploratório-investigativa** como *aquela em que em são mobilizadas ou desencadeadas tarefas e atividades abertas, exploratórias e não-diretivas do pensamento do aluno e que apresentam múltiplas possibilidades de alternativa de tratamento e significação. Essas aulas servem, geralmente, para introduzir um novo tema de estudo ou para problematizar e produzir significados a um conceito matemático.*

Dependendo do modo como essas aulas exploratório-investigativas são desenvolvidas, a atividade pode restringir-se apenas à fase das explorações e problematizações. Porém, se ocorrer, durante a atividade, formulação de questões ou conjecturas que desencadeiam um processo de realização de testes e de tentativas de demonstração ou prova dessas conjecturas, teremos, então, uma situação típica de investigação matemática. Devido a essa natureza mais flexível de tarefa, aula ou atividade, podendo as explorações tornarem-se, ou não, investigativas, o Grupo de Sábado tem preferido usar, com mais frequência, o termo aula/tarefa/atividade exploratório-investigativa ao invés de simplesmente aula/tarefa/atividade investigativa.

Adotar em sala de aula uma abordagem exploratório-investigativa implica romper com o paradigma do exercício. Consiste em desenvolver uma prática pedagógica heurística que instigue a formulação de perguntas ou problemas por parte dos alunos. Uma prática na qual eles possam trabalhar colaborativamente em grupos, negociando e produzindo significados, tendo o professor como mediador.

Isso pode ser evidenciado no seguinte diálogo entre professor e dois estudantes (Lia e Léó) a partir da exploração da sequência fractal do triângulo de Sierpinski (Fernandes, 2006):

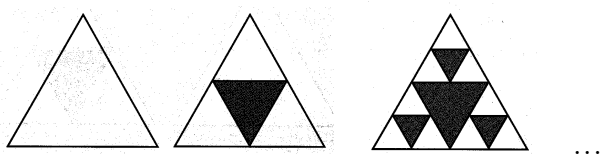


Figura 1.

**Lia:** Professor, esse triângulo acaba!

**Léo:** Não acaba!

**Prof:** Lia, por que acaba? Me explica?

**Lia:** Acaba porque vai chegar a uma hora em que eu não consigo desenhar mais o triângulo menor?!

**Léo:** Mas eu posso ampliar, colocar uma lente de aumento...

**Lia:** Não dá, vai ficar todo furadinho!!!

**Léo:** Dá porque eu posso fazer no computador. Dá porque se eu fizer um triângulo bem “porcaria” eu consigo fazer mais três porcariazinhas e tirar uma porcariazinha!!

**Lia:** Não dá! Professor, fala pra ele que não dá!

**Léo:** Fala para ela que dá! Que nunca acaba!

**Prof:** (Dirigindo-se para toda a classe) O que vocês acham, acaba ou não acaba o triângulo?

Neste episódio, cabe, inicialmente, destacar o papel mediador do professor. Primeiramente observemos a *sensibilidade do professor para com os alunos*, evidenciada ao perceber e valorizar os sentidos que os alunos atribuíam à situação matemática, pois o professor não esperava que os alunos fossem explorar noções relativas a infinitésimos ou limite da sequência.

De fato, o professor sugeriu na parte escrita da tarefa que os alunos do 7º ano: (1) construíssem o próximo triângulo da sequência; (2) encontrassem a relação entre os triângulos (existentes ou faltantes) e sua posição da sequência; (3) escrevessem, com suas palavras, o padrão que descreve a sequência. Mas também deixou uma pergunta mais aberta, visando tornar a tarefa mais exploratória e investigativa: (4) observem e descrevam o que acontece com a transformação dos triângulos...

A quarta solicitação – que na verdade foi a segunda na sequência da ficha de trabalho entregue aos alunos – denota que a sensibilidade do professor já começou na forma como elaborou a tarefa ou situação-problema. A abertura da quarta solicitação evidencia uma concepção de problema não rotineiro e não-fechado. Isso o predispunha a estar atento ao imprevisível, ao não-esperado. O modo como administrou a aprendizagem tem a ver com uma postura problematizadora e exploratória-investigativa que começou a construir nos anos finais da licenciatura, quando realizou em seu estágio na prática escolar um projeto investigativo sobre investigações matemáticas, envolvendo ensino-aprendizagem de álgebra (Ferdandes, Fiorentini & Cristovão, 2006), tendo contado com a interlocução do Grupo de Sábado e da tríade colaborativa formada pelo formador da universidade (Fiorentini), pela supervisora da escola (Cristovão) e pelo próprio estagiário (Fernandes).

Com efeito, na negociação entre Lia e Léo, o professor poderia simplesmente afunilar ou interromper o processo de negociação, dizendo que Léo estava certo e Lia estava errada. Ou poderia dizer que aquilo não era pertinente à atividade ou, ainda, que isso seria tratado mais tarde quando ingressassem no Ensino Médio. O professor, entretanto, procurou tirar proveito da situação. Utilizando como ferramenta de análise a tríade de ensino concebida por Potari & Jaworsky (2002) – e que envolve a interrelação entre *desafio matemático*, *sensibilidades aos alunos* e *gestão da aprendizagem* – podemos dizer que o professor foi sensível à *significação dos alunos*, percebendo a *riqueza pedagógica do episódio em relação ao desafio matemático* proposto e gerencia a aprendizagem emergente de modo que toda a classe pudesse participar dessa experiência educativa.

Conforme Potari & Jaworski (2002: 353),

O gerenciamento da aprendizagem descreve o papel do professor na constituição do ambiente de aprendizagem em sala de aula pelo professor e os alunos. Inclui agrupamentos na sala de aulas; o planejamento de tarefas e atividades; a instituição de normas e assim por diante. Sensibilidade aos alunos descreve o conhecimento do professor sobre seus alunos e a atenção às suas necessidades; os modos nos quais o professor interage com indivíduos e guia interações em grupo. Desafio matemático descreve os desafios apresentados aos alunos de forma a mobilizá-los no raciocínio e na atividade matemática. Isto inclui as tarefas propostas, colocação de questões e ênfase no processamento metacognitivo. Estes domínios estão fortemente conectados e interdependentes.

Minhas experiências como formador e pesquisador na formação de professores mostram que esses domínios (ou competências) do professor de matemática não são ensinados, mas podem ser aprendidos ou desenvolvidos mediante participação em comunidades profissionais que tem como postura a análise e investigação de suas práticas de ensinar e aprender matemática da maneira como acontece no Grupo de Sábado (GdS) do qual o professor Fernando é participante ativo desde os últimos anos do curso de Licenciatura em Matemática. E reafirmo que esse não é um empreendimento a ser realizado isoladamente por cada docente, pois a aprendizagem que acontece em um contexto de prática exploratória e investigativa é complexa e diversa. Para reforçar essa hipótese, busco apoio em Jean Lave (2001, 20) que diz que o “conhecimento sempre se constrói e se transforma ao ser usado”, sendo a aprendizagem “parte integrante da atividade no/com o mundo em todos os momentos”. Ou seja, em uma comunidade de prática “produzir aprendizagem não se constitui um problema”. Entretanto, o que se aprende, nesse contexto, “é sempre complexamente problemático”.

Penso que a sala de aula de matemática pode se constituir em uma comunidade de aprendizagem na qual os alunos sejam desafiados a não apenas resolver problemas abertos ou exploratórios, mas também a elaborar e explorar seus próprios problemas, a formularem suas hipóteses e conjecturas, buscando testá-las e/ou prová-las, podendo ser validadas ou refutadas no âmbito dessa comunidade.

As experiências e investigações realizadas pelos professores do Grupo de Sábado evidenciam, primeiramente, outra possibilidade de aprender a ensinar e promover a aprendizagem matemática na escola, mediante desenvolvimento de atividades matemáticas nas quais os alunos se constituem sujeitos do conhecimento e produzem sentido pleno ao fazer matemático. Mesmo para alunos marcados pelo fracasso escolar, essa prática tem surgido como uma alternativa para a inclusão escolar desses alunos, como verificou Eliane Cristovão (2007) em sua dissertação de mestrado.

É nesse âmbito que identificamos o desafio do professor e do pesquisador: tentar desvelar o fenômeno complexo da aprendizagem que resulta de sua participação em práticas de refletir e investigar no seio de uma comunidade investigativa, tendo parceiros críticos como interlocutores.

O Grupo de Sábado constituiu-se, há mais de 10 anos, como um grupo colaborativo que reúne professores da escola básica, futuros professores, pós-graduandos e formadores da Universidade interessados em estudar, compartilhar, discutir, investigar e escrever colaborativamente sobre a prática de ensinar e aprender matemáticas nas escolas sob uma abordagem exploratório-investigativa. Na verdade, o GdS constituiu-se em um grupo heterogêneo com interesses e *excedentes de visão* distintos (Bakhtin, 2003).

De fato, os professores de matemática da escola básica estavam interessados em discutir e analisar suas práticas escolares e atualizar-se profissionalmente e traziam como *excedente de visão* um saber de experiência relativo ao ensino da matemática nas escolas públicas e privadas e conheciam as condições de produção do trabalho docente nessas escolas, vislumbrando o que é possível ou não realizar na prática escolar e denunciando os limites e as idealizações freqüentes dos acadêmicos, que geralmente não conhecem *por dentro* – isto é, experiencialmente – a complexidade de ensinar matemática na escola atual. De outra parte, os acadêmicos e professores universitários estavam interessados em colaborar e investigar no/o processo de formação continuada dos participantes, e, sobretudo, analisar o desenvolvimento profissional dos mesmos. O *excedente de visão* dos acadêmicos em relação aos professores da escola básica é decorrente de análises interpretações e compreensões que estes fazem acerca das práticas, experiências e saberes dos professores, tendo como referência os aportes teórico-científicos oriundos das ciências educativas e, em particular, dos estudos acadêmicos em educação matemática. Penso, porém, que o maior *excedente de visão* dos acadêmicos seja o domínio dos processos metodológicos de pesquisa e sua capacidade em *problematizar* ou *desnaturalizar* as práticas escolares vigentes.

Nessa perspectiva, o conhecimento é inseparável do sujeito que conhece. As salas são entendidas como local de investigação, bem como os coletivos escolares e as comunidades de investigação. Nesses espaços, os professores problematizam seu próprio conhecimento, bem como o conhecimento e a prática dos outros. Ou seja, o conhecimento é construído coletivamente em comunidades locais interconectadas com as mais amplas ou globais. Conforme Cochran-Smith e Lytle (1999), todos aprendem uns com os outros, onde não se sobressaem “experts”.

Ao trabalharem juntos em comunidades, tanto os professores novatos quanto os mais experientes, apresentam problemas, identificam discrepâncias entre teorias e práticas, desafiam rotinas comuns, e se baseiam no conhecimento de outros para construir um enfoque gerativo, e tentam tornar visível muito do que é considerado dado no ensino-aprendizagem. A partir de uma postura de investigação, os professores buscam questões significativas à medida que se envolvem com a resolução de problemas. Contam com outros professores para obter pontos de vista alternativos sobre seu trabalho (p. 292).

## 5. Reflexões finais

Tentamos mostrar ao longo deste artigo que, para uma formação emancipatória do professor, não é suficiente o professor receber ensino sobre RP ou vivenciar uma prática de ensino através de RP. É preciso que ele possa se constituir também em um estudioso das práticas de ensinar e aprender matemática em ambientes exploratório-

investigativos ou de resolução de problemas. Que o professor possa, ao mesmo tempo, experienciar e refletir/analisar outros modos de estabelecer relação com o conhecimento em ambientes de exploração, investigação ou de resolução de problemas seja enquanto aprendiz na formação inicial seja enquanto docente sobre sua prática com os alunos.

Quando o professor dá voz e ouvidos ao modo de pensar e significar dos alunos, eles o surpreendem com seus raciocínios e estratégias de resolução de problemas; e com suas conjecturas e argumentações. O professor-pesquisador que adota esses procedimentos e assume essa postura de escuta sensível não demorará em perceber que, através da exploração e da resolução de problemas abertos, são os próprios alunos que lhe ensinam a como desenvolver aulas mais significativas e instigantes. Isso exige do professor sensibilidade para trabalhar a partir da curiosidade dos alunos, explorar as perguntas que eles formulam sobre o fazer matemático em sala de aula. O professor precisa aprender a reconhecer que seus estudantes, quando desafiados, são capazes de pensar e fazer matemática e de produzir negatricidades.

Negatricidade, segundo Borba (1998), é uma capacidade incrível [do estudante] em desjogar, em responder de uma forma totalmente, e imprevisivelmente, diferente dos objetivos traçados em nossa ação formadora. Dar espaço ou voz a essa negatricidade significa potencializar o engajamento do estudante à atividade de ensino e aprendizagem; significa mobilizar o estudante à interação, à busca e à produção do saber no ato de aprender. Engajamento, portanto, não significa que o estudante aceite as verdades do professor, aceite tudo o que o professor diz ou propõe. Aceitar, sem questionar ou problematizar, sem atribuir seu sentido próprio ao que está sendo ensinado, não é engajamento. É assujeitar-se, é negar-se enquanto sujeito capaz de produzir idéias e sentidos próprios ao que está sendo ensinado e aprendido. A postura do professor-educador é, portanto, a de alguém que está “atento ao jogo intelectual do estudante, reconhecendo neste um sujeito autônomo que trabalha – isto é, resolve, discute, escuta, revisa, critica, aceita, concorda, discorda – com ele” (Sadovsky, 2007).

Dar conta desse empreendimento não é tarefa fácil para um professor que não dispõe de tempo e condições sociais para tal. O professor, isolado em sua sala de aula em ou em sua escola, pode até fazer muito, mas certamente esse trabalho será mais produtivo e menos penoso se puder contar com parceiros que sejam amigos críticos. Estes parceiros podem ser os próprios colegas de escola ou mesmo professores universitários que tenham interesse em investigar colaborativamente novas formas de ensinar e aprender matemáticas nas escolas públicas sobretudo nas periferias. O resultado desse processo é que todos os envolvidos ou participantes saem ganhando. O estudante da escola ganha ao adquirir condições para desenvolver seu empoderamento matemático; o currículo escolar ganha novas formas, experiências e alternativas de prover atividades significativas; e os professores ganham, pois, mediante práticas reflexivas e investigativas, desenvolvem-se profissionalmente, conquistando autonomia e autoria na melhoria/transformação da qualidade do ensino a partir da escola.

## Referências Bibliográficas

- Bakhtin, M. (2003) *Estética da criação verbal*. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes.
- Borba, S. (1998). Aspectos do conceito de multirreferencialidade nas ciências e nos espaços de formação. In: Barbosa, J. G. (org.). *Reflexões em torno da abordagem multirreferencial*. São Carlos: Editora da UFSCar, pp. 11-19.
- Brasil. MEC. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – 3º e 4º Ciclos*, Brasília.
- Cristovão, E. (2007). *Investigações matemáticas na recuperação de ciclo II e o desafio da inclusão escolar*. (Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas). Campinas: FE/Unicamp.
- Ernest, P. (1996). Investigações, Resolução de Problemas e Pedagogia. In: Abrantes, P., Leal, L.C., & Ponte, J.P. *Investigar para aprender matemática*. Portugal: APM, pp. 25-48.
- Fernandes, F (2006). Fractais e 'Porcariazinhas': professor, acaba ou não acaba? In: Fiorentini, D.; Cristovão, E.M. (Org.). *Histórias e Investigações de/lem Aulas de Matemática*. Campinas: Alínea Editora, pp. 207-226.
- Fernandes, F.; Fiorentini, D.; Cristovão. E. (2006). Investigações Matemáticas e o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos de 6ª série In: Fiorentini, D.; Cristovão, E. (Org.). *Histórias e Investigações de/lem Aulas de Matemática*. Campinas: Alínea Editora, pp. 227-244.
- Fiorentini, D. (1994). *Rumos da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática: o caso da produção científica em cursos de Pós-Graduação* (Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas). Campinas: FE-UNICAMP.
- Fiorentini, D. (2006). Uma história de reflexão e escrita sobre a prática escolar em matemática. In: Fiorentini, D.; Cristovão, E.M. (Org.). *Histórias e Investigações de/lem Aulas de Matemática*. Campinas: Alínea Editora, pp. 13-36.
- Fiorentini, D., Cristovão, E.M. (2006). *Histórias e Investigações de/lem Aulas de Matemática*. Campinas: Alínea Editora.
- Freitas, M.T.MF. (2007). *A escrita no processo de formação contínua do professor de matemática* (Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas). Campinas: FE/Unicamp.
- Kilpatrick, J. (1992). A history of research in mathematics education. In: Grouws, D. A. (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan, pp. 3-35.
- Lester, F. (1978). Mathematical problem solving in the elementary school: Some Educational and psychological considerations. In: Hatfiel & Bradbard (Eds.). *Mathematical Problem solving: Papers from a research workshop*. Columbus, OH: ERIC/SMEAC, pp.53-87.
- Megid, M. (2009). *Formação inicial de professoras que ensinam matemática mediada pela escrita e pela análise de narrativas sobre operações numéricas* (Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas). Campinas: FE/Unicamp.
- NCTM: National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va.: NCTM.

- Onuchic, L.; Allevato, N. (2004). Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M. A. V.; Borba, M. C. (Org). *Educação Matemática - pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, pp. 213-231.
- Onuchic, L. (2008). Uma história de Resolução de problemas no Brasil e no Mundo. In: *I Seminário em Resolução de problemas*, pp. 1-15. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos.html>.
- Ponte, J. P. (2003). Investigações sobre investigações matemáticas em Portugal. *Investigar em Educação*, 2, 93-169.
- Ponte, J.; Brocardo, J.; Oliveira, H. (2003). *Investigações Matemática na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Potari, D.; Jaworski, B. (2002). Tackling complexity in mathematics teaching development: Using the teaching triad as a tool for reflection and analysis. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 351-380.
- Sadovsky, P. (2007). *O ensino de matemática hoje*. São Paulo: Ática.
- Schroeder, T.; Lester, F. (1989). Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: Trafton, P.R. & Shulte, A.P.(Eds.). *New Directions for Elementary School Mathematics*. Reston: NVTM, pp.31-42.
- Skovsmose, O. (2000). Cenários para Investigação. *Bolema*, 14, 66-91.